Termodinamiko/Leciono 7

La fluado de gasoj kaj vaporoj

Ĝis nun oni supozis dum la termodinamikaj ŝanĝiĝoj la labormaterion en malmovo aŭ en temperoj post movo. En la teknika praktiko de maŝinkonstruado oni bezonas sintenadon de moviĝantaj likvaĵoj, gasoj kaj vaporoj kaj por tiuj ĉi celoj ne sufiĉas koni nur la statajn grandojn, sed oni devas ankaŭ konsideri rapidecon de la fluado, ĝian direkton kaj grandecon en ĉiu ajn loko de la fluanta materio. Oni distingas du fundamentajn specojn de la materia fluado:

1) Konstantigita fluado

Dum al tuta tempo de ĉi tiu fluado ŝanĝiĝas nek la rapideco, nek la direkto de la fluanta materio en iu ajn profilo laŭlonge de la fluo.

2) Ne konstantigita fluado

Dum la daŭro de ĉi tiu fluado ŝanĝiĝas la rapideco kaj la direkto en unupoaj profiloj laŭlonge de la fluanta materio.

Escepte de ĉi tiu distingado oni dividas la fluadon ankoraŭ en du specojn:

a) laminara (fadenkaraktera) fluado

La laminara fluado havas ĉiuprofile la saman rapidecodirekton en la dirkto de la tubarakso. Ĝi okazas nur dum malgrandaj rapidecoj kaj dum grandaj viskozecoj de labormaterio.

b) turbulenta (kirla) fluado

La turbulenta fluado ne havas la direkton ĉiuprofile en la tubarakso. Unuopaj eroj moviĝas antaŭen celante, sed ankaŭ kirle en transversa direkto.

La laminada fluado povas esti aŭ kokstantigita aŭ nekonstantigita. tio dependas nur je la konstanteco de la fluanta materimulto dum tempunuo.

La turbulenta fluado estas laŭprincipe nekonstantigita, ĉar la trafluinta multo en unuopaj profilij dum malgrandaj tempintervaloj ŝanĝiĝas. Malgraŭ tio oni konsideras eĉ la turbulentan fluadon kiel konstantigita, ĝis kiam la meza rapideco en ĉiuj profiloj ne ŝanĝiĝas. La laminara fluado transformiĝas en la turbulentan, kiam la rapideco de la fluanta materio kun iu certa viskozeco en la konsiderata profilo plialtiĝas. Ĉi tio okazas post trapaso de kritika numero de Reynods, kies valoro esras Re ≈ 2300. La numero de Reynolds estas la sekva rilato:

$$Re = \frac{wd}{\nu}$$

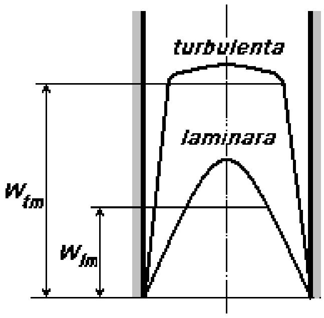
w – la fluadrapideco, m/s

d – la karaktera dimensio. Por la fluado en tubaro ĝi estas la diametro, m

$\nu = \eta/\rho$ – la kinetika viskozeco, Ns/m^2

ρ – la specifa maso, kg/m^3

En la cirkla tubarprofilo sufiĉe malproksime de la turbkomenco estas la rapidecdislokiĝo dum la laminara fluado preskaŭ parabola. Dum la turbulenta fluado ĝi estas limigita per la kurbo, kiu estas en la mezo preskaŭ plata, sed krute falanta al tubvandoj.



w_{tm} – la meza turbulenta fluadrapideco, m/s
w_{lm} – la meza laminara fluadrapideo, m/s
s – la sekco de la tubo, m^2
Por la meza rapideco validas:

$$w_3 = \frac{\int_0^s wdS}{S}$$

$$w_3 = \frac{mv}{S}$$

$$w_3 = \frac{V}{S}$$

m – la masa trafluo de labormaterio dum la tempunuo, kg/s
v – la specofa volumeno, m^3/kg
V – la tuta volumeno de la trafluanta materio dum la tempunuo, m^3/s

Dum la konstantigita fluado trafluas ĉiun tubarprofilon ĉiusekunde la sama multo de la labormaterio – likvaĵo, gaso aŭ vaporo – m, kg/s. Interrilatojn de ĉi tiu trafluado esprimas la ekvacio de la ekvacio de la kontinueco:

$$m = S_1 w_1 \rho_1 = S_2 w_2 \rho_2 = S w \rho$$

aŭ koncize:

(1)

$$\frac{wS}{v}$$

Post logaritmigado kaj diferenciado de ĉi tiu ekvacio ekestas:

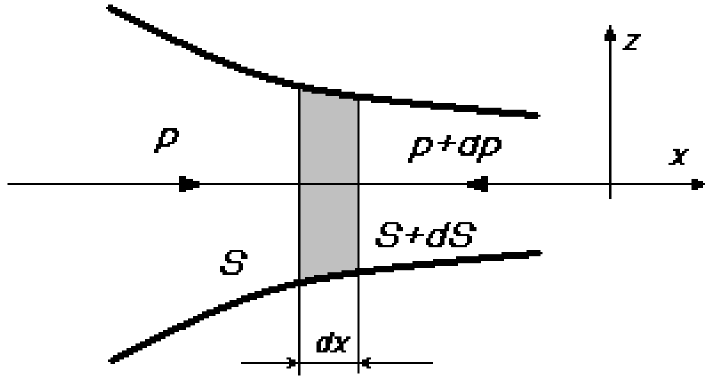
(1a)

$$\frac{dS}{S} + \frac{dw}{w} + \frac{dv}{v}$$

La difeneciala formo por la ekvacio de la kontinueco esprimas dependecon inter proporciaj ŝanĝiĝoj de sekco, rapideco kaj specifa volumeno.

Oni eksplikas la movon de gaso en la tubaro ekestinta el la ekspansio per la ŝanĝo de ekspansia laboro en kinetikan energion de gaso. La ekspansianta gaso plirapidiĝas gasajn erojn, kiu estas antaŭe kaj funkcias kiel piŝto.

Kiam la gaso fluas en tubaro, kiu plimallarĝas, tiam ĝia rapideco plialtiĝas. Oni povas la rapidecon en ortangula direkto al la tubarakso x por neabruptaj mallarĝiĝoj neglekti kaj konsideri tian fluadon kiel unudimensian. por la plirapidigo de gaso en la tubaro necesas aldoni laboron. Tio signifas, ke la premo en la direkto de la fluado devas malaltiĝi.



La fortoj, kiuj havas influon je la imagita piŝto estas:

1) Je la maldekstra bazo influas la forto: . pS

2) Je la dekstra bazo influas la forto: . $pS - (p + dp)(S + dS)$

3) Je la supraĵo limigita per la tubrando en la direkto de la akso x influas la forto: . $(p + \frac{dp}{2})dS$

La sumo de ĉiuj fortoj estas:

$$pS - (p + dp)(S + dS) + (p + \frac{dp}{2})dS = pS - pS - Sdp - pdS + pdS + \frac{dp}{2}dS = -Sdp$$

En la sumo estas neglektitaj infinitezimaj valoroj de la dua ordo.

La imigita piŝto de la maso *ρSdx* estas akcelita de la valoro *dx/dT* kaj pro tio validas la sekva ekvacio:

$$-Sdp = Sdx\frac{dw}{d\tau}$$

$w(x, \tau)$ – la rapideco en la direkto x, m/s

τ– la tempo, s

La rilato inter la rapideco de gaso en la tubaro kaj la premo oni dedukas jene:

la rapideco: . $w(x, \tau)$

la rapidecŝanĝiĝo: . $\frac{dw}{d\tau} = \frac{\partial w}{\partial \tau} = w\frac{\partial w}{\partial x}$

Por la konstantigita fluado estas: . $\frac{\partial w}{\partial \tau} = 0$

Tial plisimpliĝas: . $\frac{\partial w}{\partial \tau} = w\frac{dw}{dx}$

$$-Sdp = \rho Sdx\frac{dw}{d\tau}$$

$$-dp = \rho dx\frac{dw}{d\tau}$$

$$-dp = \rho dxw\frac{dw}{dx}$$

$$-dp = \rho wdw$$

$$-vdp = wdw$$

$$-vdp = d\left(\frac{w_2}{2}\right)$$

Samtempe estas:

(2)

$$-vdp = da_t$$

La ekvacio (2) esprimas, ke la rapideco de varmo en la tubaro plialtiĝas nur tiam, kiam la premo en la direkto de la movo malatiĝas.

En ĉi tiu ekvacio la esprimo −*vdp* signifas la preman laboron de unu kilogramo da gaso, kiun oni povas ŝanĝi en la kinetikan energion. Ĉi tiu laboro estas nomata la teknika laboro.

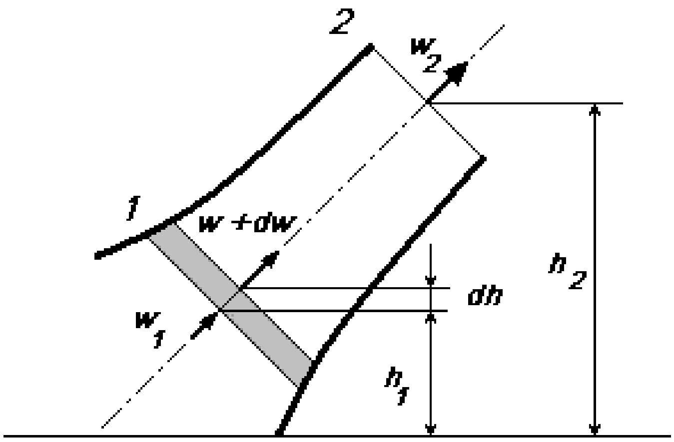
En la kazo, kiam krom la ŝanĝiĝo de la kinetika energio ekzistas samtempe ankaŭ la ŝanĝiĝo de la potenciala energio kaj la frotado de maseroj, validas la sekva ekvacio:

$$-vdp = d\left(\frac{w_2}{2}\right) + gdh + d\Theta$$

Post al inregrado:

(3)

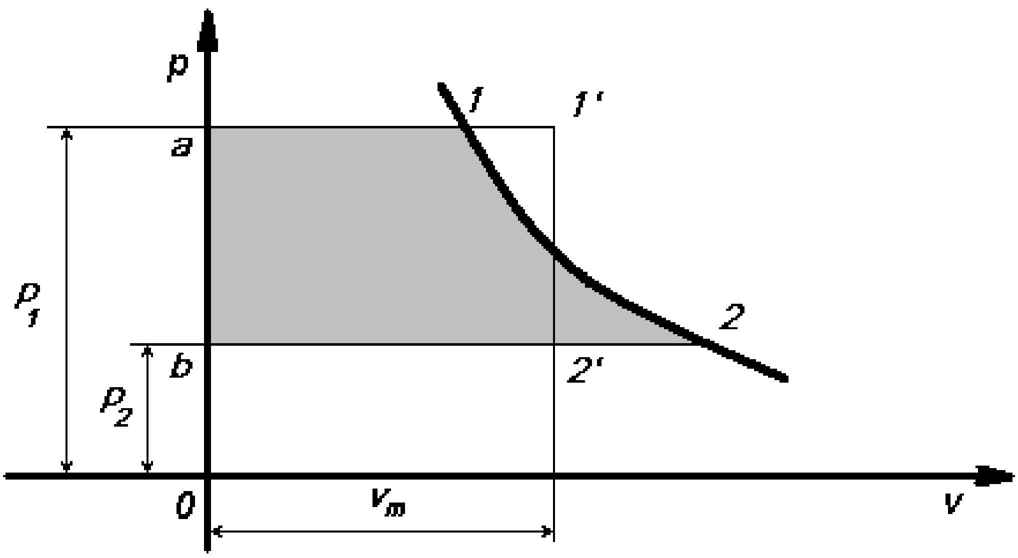
$$\int_1^2 vdp + \frac{w_2^2 - w_1^2}{2} + g(h_2 - h_1) + \Theta_{1,2} = 0$$



Ĉi tiu ekvacio validas por gasoj kaj por likvaĵoj. Sed por gasoj oni povas neglekti la potencialan energion. Tial ĝi plisimpliĝas jene:

(4)

$$a_t = -\int_1^2 vdp = \frac{w_2^2}{2} - \frac{w_1^2}{2}$$



La integralo $-\int_1^2 vdp$ egalas al la areo a-b-2-1 sub la kurbo en la direkto al la akso p. Oni povas ĝin anstataŭigi per la ortangulo a-b-2'-1'. Ĝia latero b-2' estas la meza specifa volumeno Vm . Matematike oni esprimas ĉi tiujn rilatojn jene:

(5)

$$-\int_1^2 vdp = v_m(p_1 - p_2) = \frac{p_1 - p_2}{\rho m} - \frac{w_1^2 - v_2^2}{2}$$

V_m – la meza specifa volumeno, m^3/kg

ρ_m – la meza specifa maso, kg/m^3

El la ekvacio (5) de du lastaj onoj oni povas deduki la ekvacion de Bernoulli:

$$\frac{w^2}{2}\rho_m = p_d$$

(6)

$$p_1 + \frac{w_1^2}{2}\rho_m = p_2 + \frac{w_2^2}{2}\rho_m$$
$$p_{st} + p_d = konst$$
$$p_{st} = p_d + p_t$$

p_1, p_2 – la statikaj premoj p_{st}

p_d – la dinamika premo

p_t – la tuteca premo

Laŭ Bernoulli estas la sumo de statika kaj dinamika premoj dum la senfrota fluado en ĉiuj lokol la sama. El la dinamika premo pd oni povas la rapidecon de la fluanta materio elkalkuli jene:

$$w = \sqrt{\frac{2pd}{\rho_m}}$$

ρ_m – la meza specifa maso, kg/m^3

p_d – la dinamika premo, N/m^2

Por la rapidecmezurado oni uzas la tubeton de Prandtl aŭ sprucigilojn kaj ombrigilojn. Ĉiuj ĉi tiuj mezuradspecoj bazas sur la principo de la ekvacio de Bernoulli.

La entalpio kaj la kinetika energio de gaso

Laŭ la matematika esprimo de la unua termodinamika teoremo validas por unu kilogramo da gaso sekvaj ekvacioj:

$$dq = d_i - vdp$$

$$dq = dq_v + dq_t$$

(7)

$$dq_v + dq_t = d_i - vdp$$

$$dq_t = d\theta$$

(8)

$$dq_v + dq_t = di + d\left(\frac{w^2}{2}\right) + gdh + d\theta$$

$$dq_v = d_i + di\left(\frac{w^2}{2}\right) + gdh$$

$dq_v = 0$ por la adiabata procezo

$$d\left(\frac{w^2}{2}\right) = -d_i$$

(9)

post integrado: $\frac{w_2^2}{2} - \frac{w_1^2}{2} = i_1 - i_2$

(9a)

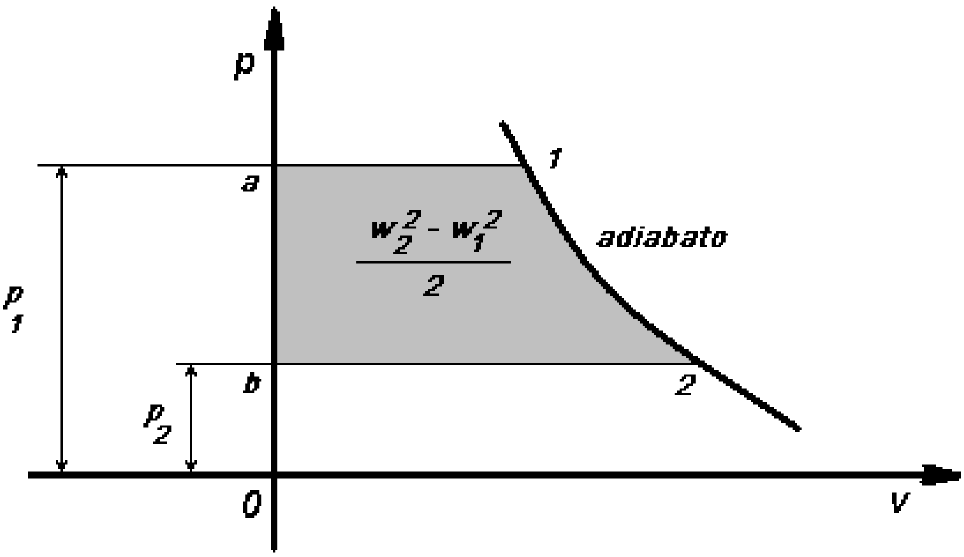
$$\frac{w_2^2}{2} - \frac{w_1^2}{2} = \Delta i$$

dq_v – la pligrandiĝo de la varmiga varmo
dq_f – la pligrandiĝo de la frota varmo (la varmo ekestinta dum la frotado)
dq – la tuteca varmo estas la varmiga kaj frota varmoj (pligrandiĝo)
dΘ – la pligrandiĝo de la frota laboro
qdh – la pligrandiĝo de la potenciala energio, kiun oni povas neglekti en la maŝinkonstrua praktiko
Δi – la varmdeklivo, kiu estas la diferenco inter la komenca kaj fina entalpioj

La ekvacio (7) estas nomata la universala energetika ekvacio. Ĝi esprimas la unuan termodinamikan teoremon.

En la ekvacio (8) oni ellasas *dqf* kaj $d\theta$ ĉar ambaŭ valoroj nuligas sin. La frota laboro egalas al la frota varmo. Por la adiabata procezo validas *dqv = 0* .La ekvacio (9) kaj (9a) esprimas, ke la pligrandiĝo de la kinetika energio dum la procezo sen la varmalkonduko egalas al la varmdeklivo.

En la diagramo p–v estas ĉi tiu pligrandiĝo bildigita kiel la areo 1-2-b-a sub la diabato. Ĝi prezentas la adiabatan teknikan laboron.



Kiam la komenca rapideco egalas al nulo ($w_1 = 0$), tiam por la fina rapideco validas la sekva ekvacio:

$$\frac{w_2^2}{2} = i_1 - i_2$$

$$w_2 = \sqrt{2(i_1 - i_2)}$$

(10)

$$w_2 = \sqrt{2\Delta i}$$

Por la elkalkulado kaj bildigo de la adiabata procezo estas la plej preferinda diagramo i-s. Ĉi tie estas la varmdeklivo bildigita kiel vertikala absciso.

Kiam la komenca rapideco w_1 ne estas nula ($w_1 \neq 0$), tiam por la fina rapideco w_2 validas la ekvacio:

(11)

$$w_2 = \sqrt{w_1^2(i_1 - i_2)}$$

Dum ĉiu reala fluado ekestas ĉiam perdoj pro la frotado (frotaj perdoj). Oni povas ilin konsideri helpe de la rapideckoeficiento , kiu estas ĉiam *φ<1*. Por la fluado tra turbinaj padeletoj ĝi havas valoron ĝis 0,98. Do por la reala rapideco validas:

$$w = \xi w_2$$

(12)

$$w = \phi\sqrt{2(i_1 - i_2)}$$

w_2 – la rapideco, kiu estas korelativa al la tuta varmdeklivo.

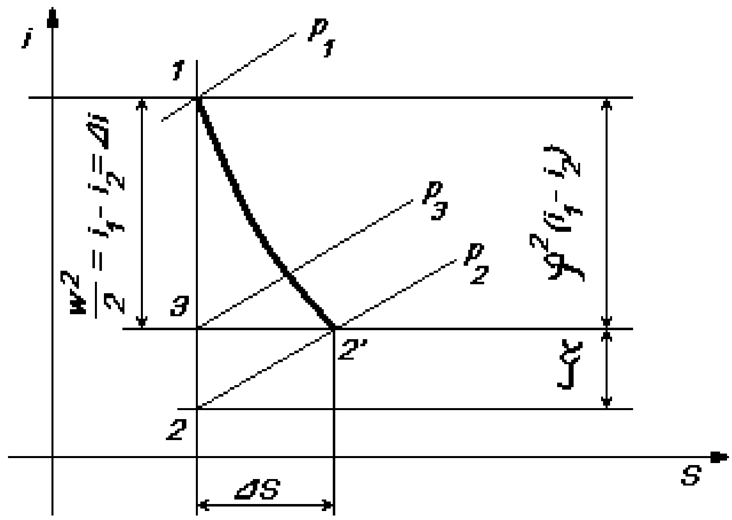
La frotaj perdoj estas:

$$\xi = (i_1 - i_2) - \phi^2\sqrt{2}$$

(13)

$$\xi = (1 - \phi^2) - (i_1 - i_2)$$

Dum la fluado kun la frotado oni ne eluzas la tutan varmdeklivon $i_1 - i_2 = \Delta i$, sed nur deklivon $i_1 - i_3$. La plimalgrandiĝo de la varmdeklivo estas kaŭzata pro ekestinta frota varmo. La ekspansio estas nek adiabato nek politropa, ĉar la procezo estas neinversa.



La perdo estas difinita per la diferenco de entalpioj:

$$\Delta i_p = i_{2'} - i_2$$

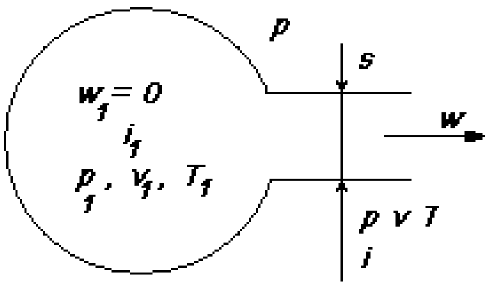
(14)

$$\Delta i_p = i_3 - i_2$$

La bildigo de divido de la tuta varmdelikvo inter unuopaj radoj kaj de perdoj laŭlonge de la fluo en la diagramo i–s estas nur por teknikaj elkalkuloj de vaporturbinoj necesas.

Elfluo de ideala gaso el ujo

Oni konsideru, ke ideala gaso elfluas tra rondforma ŝprucigilo el ujo, en kiu estas konstantaj premo p_1, temperaturo T_1, kaj memkompreneble ankaŭ specifa volumeno v_1.



S – la elflua sekco
w – la elflua rapideco
p, v, T_1 – la fundamentaj stataj grandoj – la premo, la specifa volumeno, la temperaturo – en la elflua sekco pek
p_{ek} – la premo de la ĉirkaŭaĵo
i – la entalpio en la elflua sekco
i_1 – la entalpio en la ujo
w_1 – la komenca rapideco de gaso
Kiam oni konsideras la rapidecon w_1 en la ujo kiel nula (w_1 = 0) tiam por la elflua rapidso validas sekcioj:

$$a_t = \int_1^2 vdp = i_1 - i_2$$

$$i_1 - i_2 = c_p(T_1 - T) = c_p T_1 (1 - \frac{T}{T_1})$$

$$\frac{T}{T_1} = \left(\frac{p}{p_1}\right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}$$

$$T_1 = \frac{p_1 v_1}{r}$$

$$\frac{c_p}{r} = \frac{\kappa}{\kappa - i}$$

$$\frac{w^2}{2} = i_1 - i_2$$

$$w = \sqrt{2i(i_1 - i_2)} = \sqrt{2a_t}$$

$$w = \sqrt{2c_p T_1 \left(1 - \frac{T}{T_1}\right)}$$

$$w = \sqrt{2c_p T_1 \left(1 - \frac{T}{T_1}\right)}$$

$$w = \sqrt{2c_p T_1 \left[1 - \left(\frac{p}{p_1}\right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}\right]}$$

(14)

$$w = \sqrt{2\frac{\kappa}{\kappa-1}p_1v_1\left[1-\left(\frac{p}{p_1}\right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}\right]}$$

Por adiabato validas:

$$\frac{v_1}{v} = \left(\frac{p}{p_1}\right)^{\frac{1}{\kappa}}$$

La masa trafluo estas:

$$m = Sw\rho$$

(15)

$$m = \frac{Sw}{v}$$

$$\frac{1}{v} = \frac{1}{v_1}\left(\frac{p}{p_1}\right)^{\frac{1}{\kappa}}$$

$$m = S\frac{1}{v}\sqrt{2\frac{\kappa}{\kappa-1}p_1v_1\left[1-\left(\frac{p}{p_1}\right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}\right]}$$

$$m = S\left(\frac{p}{p_1}\right)^{\frac{1}{\kappa}}\sqrt{\frac{\kappa}{\kappa-1}\left[1-\left(\frac{p}{p_1}\right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}\right]}\sqrt{2\frac{p_1}{v_1}}$$

(16)

$$m = S\psi\sqrt{2\frac{p_1}{v_1}}$$

La koeficiento ψ esprimas la dependecon de la masa trafluo je la prema proporcio p/p_1 laj la konstanto de Poisson κ
.

$$\psi = \left(\frac{p}{p_1}\right)^{\frac{1}{\kappa}}\sqrt{\frac{\kappa}{\kappa-1}\left[1-\left(\frac{p}{p_1}\right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}\right]}$$

$$\psi = \sqrt{\frac{\kappa}{\kappa-1}}\sqrt{\left(\frac{p}{p_1}\right)^{\frac{1}{\kappa}}-\left(\frac{p}{p_1}\right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}}$$

(17)

$$\psi = f(\kappa, \frac{p}{p_1})$$

Laŭ ekvacio (17) estas la koeficiento ψ la funkcio de la konstanto de Poisson κ kaj la prema proporcio p/p_1. Ĝi havas la nulan valoron por $p/p_1= 0$ kaj por $p/p_1= 1$. Inter ĉi tiu du valoroj de la prema proporcio estas la konstanto ψ pozitiva kaj atingas sian maksimumon dum la certa proporcio de premoj. La premo en la elflua sekco dum ĉi tiu kazo estas nomata – kritika premo.

Por la maksimumo validas la rilato de la unua derivaĵo:

$$\frac{d\psi}{d\frac{p}{p_1}} = 0$$

Post la derivado:

$$\frac{1}{2}\frac{\frac{\kappa-1}{\kappa}\left[\frac{2}{\kappa}\left(\frac{p}{p_1}\right)^{\frac{2-\kappa}{\kappa}}-\frac{\kappa+1}{\kappa}\left(\frac{p}{p_1}\right)^{\frac{1}{\kappa}}\right]}{\sqrt{\frac{\kappa}{\kappa-1}\left[\left(\frac{p}{p_1}\right)^{\frac{2}{\kappa}}-\left(\frac{p}{p_1}\right)^{\frac{\kappa+1}{\kappa}}\right]}}=0$$

Ĉi tiu tuta ekvacio egalas al la nulo, kiam estas

$$2\left(\frac{p}{p_1}\right)^{\frac{2-\kappa}{\kappa}}-(\kappa+1)\left(\frac{p}{p_1}\right)^{\frac{1}{\kappa}}=0$$

$$2\left(\frac{p}{p_1}\right)^{\frac{2-\kappa}{\kappa}}=(\kappa+1)\left(\frac{p}{p_1}\right)^{\frac{1}{\kappa}}$$

$$\frac{2}{\kappa+1}=\left(\frac{p}{p_1}\right)^{\frac{1}{\kappa}-\frac{2-\kappa}{\kappa}}$$

$$\frac{2}{\kappa+1}=\left(\frac{p}{p_1}\right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}$$

$p=p_k$

(18)

$$\frac{p_k}{p_1}=\left(\frac{2}{\kappa+1}\right)^{\frac{\kappa}{\kappa-1}}$$

La maksimuma valoro ψ_{maks} post la anstataŭigo de pk/p1 en la ekvacion (17) estas:

(17)

- 1

$$\psi_{maks}=\sqrt{\frac{\kappa}{\kappa-1}\left[\left(\frac{2}{\kappa+1}\right)^{\frac{2}{\kappa}}-\left(\frac{p_k}{p_1}\right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}\right]}$$

- 2

$$\psi_{maks}=\sqrt{\frac{\kappa}{\kappa-1}\left[\left(\frac{2}{\kappa+1}\right)^{\frac{\kappa}{\kappa-1}\frac{2}{\kappa}}-\left(\frac{2}{\kappa+1}\right)^{\frac{\kappa}{\kappa-1}\frac{\kappa+1}{\kappa}}\right]}$$

- 3

$$\psi_{maks}=\sqrt{\frac{\kappa}{\kappa-1}\left[\left(\frac{2}{\kappa+1}\right)^{\frac{2}{\kappa-1}}-\left(\frac{2}{\kappa+1}\right)^{\frac{\kappa+1}{\kappa-1}}\right]}$$

- 4

$$\psi_{maks}=\sqrt{\frac{\kappa}{\kappa-1}\left[\left(\frac{2}{\kappa+1}\right)^{\frac{2}{\kappa-1}}-\left(\frac{2}{\kappa+1}\right)^{\frac{2+\kappa-1}{\kappa-1}}\right]}$$

- 5

$$\psi_{maks}=\sqrt{\frac{\kappa}{\kappa-1}\left(\frac{2}{\kappa+1}\right)^{\frac{2}{\kappa-1}}\left[1-\left(\frac{2}{\kappa+1}\right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa-1}}\right]}$$

- 6

$$\psi_{maks} = \left(\frac{2}{\kappa+1}\right)^{\frac{1}{\kappa-1}} \sqrt{\frac{\kappa}{\kappa-1}\left(1-\frac{2}{\kappa+1}\right)}$$

- 7

$$\psi_{maks} = \left(\frac{2}{\kappa+1}\right)^{\frac{1}{\kappa-1}} \sqrt{\frac{\kappa}{\kappa-1}\frac{\kappa+1-2}{\kappa+1}}$$

- 8

(19)

$$\psi_{maks} = \left(\frac{2}{\kappa+1}\right)^{\frac{1}{\kappa-1}} \sqrt{\frac{\kappa}{\kappa+1}}$$

- 9

$$\psi_{maks} = f(\kappa)$$

La koeficiento ψ_{maks} estas la funkcio de la konstanto de Poisson.

La ekvacio (16) esprimas, ke por la certa proporcio de premoj dum la fluado tra la samaj sekcoj la masa fluo de iu certa gaso dependas nur de la komenca stato:

$$v_1 = \frac{rT_1}{p_1}$$

(16)

$$m = S\psi\sqrt{2\frac{p_1}{v_1}}$$

(20)

$$m = S\psi p_1\sqrt{\frac{2}{rT_1}}$$

p_1 – la komenca premo, kiu estas en la ujo v_1 – la komenca specifa volumeno (en la ujo).

Post la anstataŭigo de v_1 oni ricevas la ekvacion (20). En ĝi estas konstantaj valoroj p_1, r, T_1 statajn grandoj en la ujo kiel konstantaj. Dum la konstantigita fluado devas esti ankaŭ la masa trafluo en ĉiu sekco dum la konsiderata tempo konstanta. Kaj tial validas:

(21)

$$S\psi = konst$$

La mallarĝiĝanta sekco S de la ŝprucigilo, laulonge de fluaddirekto, kaŭzas la kreskon de la valoro ψ en la sama direkto dum la samtempa malkresko de la premo. Sed la valoro ψ kreskas nur ĝis al sia maksimuma valoro, kiun ĝi atingas dum la proporcio p_k/p_1. Plue ĝi povas nur malkreski. En ĉi tiu kazo la masa trafluo de gaso ne estus konstanta. Post la plimalaltiĝo de la premo en la elflua sekco sub la kritika premo, povas elflui tra ĉi tiu sekco daŭre nur la sama maksimuma maso ĉiusekunde:

(22)

$$m_{maks} = S_{min}\psi_{maks}p_1\sqrt{\frac{2}{rT_1}}$$

En la elflua sekco de la mallarĝiĝanta tubo ne povas ekesti pli granda rapideco ol pli malaltan premon ol la kritikan p_k eĉ ne tiam, kiam la premo de ekstera ĉirkaŭaĵo estus kiel ajn malalta.

$$w_k = \sqrt{2\frac{\kappa}{\kappa-1}p_1v_1\left[1-\left(\frac{p_k}{p_1}\right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}\right]}$$

$$w_k = \sqrt{2\frac{\kappa}{\kappa-1}p_1v_1\left[1-\left(\frac{2}{\kappa+1}\right)^{\frac{\kappa}{\kappa-1}\frac{\kappa-1}{\kappa}}\right]}$$

$$w_k = \sqrt{2\frac{\kappa}{\kappa-1}p_1v_1\left(1-\frac{2}{\kappa+1}\right)}$$

(23)

$$w_k = \sqrt{2\frac{\kappa}{\kappa+1}p_1v_1}$$

aŭ

$$w_k = \sqrt{2\frac{\kappa}{\kappa+1}rT_1}$$

En la mallarĝiĝanta elflua tubo, kiam validas por la premaj proporcioj $p/p_1 < p_k/p_1$, oni ne povas eluzi la tutan preman deklivon, sed nur la preman disetendon ĝis al la kritika premo.

En la ekvacio (23) oni povas esprimi ĉiujn konstantojn nur per unu numera konstanto. La konstanto de Poisson κ havas plurajn valorojn laŭ atoma strukturo de la gaso. Tiel ekhavas la ekvacio (23) la sekvan formon

$$w_k = k\sqrt{p_1v_1}$$

aŭ

$$w_k = k\sqrt{rT_1}$$

k – la konstanto, kiu estas la funkcio de la konstanto de Poisson

La fluado en la tubo el la ujo estas sen la varmalkonduko kaj varmforkonduko. Pro tio oni povas laŭ ekvacio de adiabato anstataŭigi la statjn grandojn p_iv_1 en la ekvacio (23) per kritikaj stataj grandoj p_kv_k kaj tiel ĝi ekhavas la sekvan formon:

$$\frac{p_1}{p_k} = \left(\frac{v_k}{v_1}\right)^{\kappa}$$

(23)

$$w_k = \sqrt{2\frac{\kappa}{\kappa+1}p_1v_1}$$

$$p_1 = p_k\left(\frac{v_k}{v_1}\right)^{\kappa}$$

$$p_1v_1 = p_kv_1\left(\frac{v_k}{v_1}\right)^{\kappa}$$

$$p_1v_1 = p_kv_k\frac{v_k^{\kappa-1}}{v_1^{\kappa-1}}$$

$$w_k = \sqrt{2\frac{\kappa}{\kappa+1}\frac{\kappa+1}{2}p_kv_k}$$

$$p_1v_1 = p_kv_k\left(\frac{p_1}{v_k}\right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}$$

$$p_1v_1 = \frac{\kappa+1}{2}p_kv_k$$

(24)

$$w_k = \sqrt{\kappa p_kv_k}$$

w_k estas la rapideco de sono en la konsiderata gaso por kritikaj fundamentaj stataj grandoj p_k, v_k, T_k. Do kiam estas la premo de ĉirkaŭĵo, en kiun la gaso fluas, egala aŭ pli malalta ol la kritika premo, la rapideco atingas en la plej mallarĝa sekco de la elflua tubo tiel nomatan sonrapidecon, Ĉi tio signifas, ke kiam estas $p_{ek} \leq p_k$, tiam validas:

$$w = w_k = \sqrt{2\frac{\kappa}{\kappa+1}p_1 v_1}$$

kaj la maksimuma masa trafluo estas:

$$w_{maks} = S_k \psi_{maks} \sqrt{2\frac{p_1}{v_1}}$$

(25)

$$w_{maks} = S_k \left(\frac{2}{\kappa+1}\right)^{\frac{1}{\kappa-1}} \sqrt{\frac{\kappa}{\kappa+1}} \sqrt{2\frac{p_1}{v_1}}$$

S_k – la plej mallarĝa sekco de la elflua tubo, kiun oni nomas la kritika sekco.

Kiam oni ne povas neglekti la komencan rapidecon de la gaso en la ujo, tiam oni ricevas la sekvan ekvacion por la elflua rapideco:

$$w = \sqrt{2(i_1 - i_{)} + w^2}$$

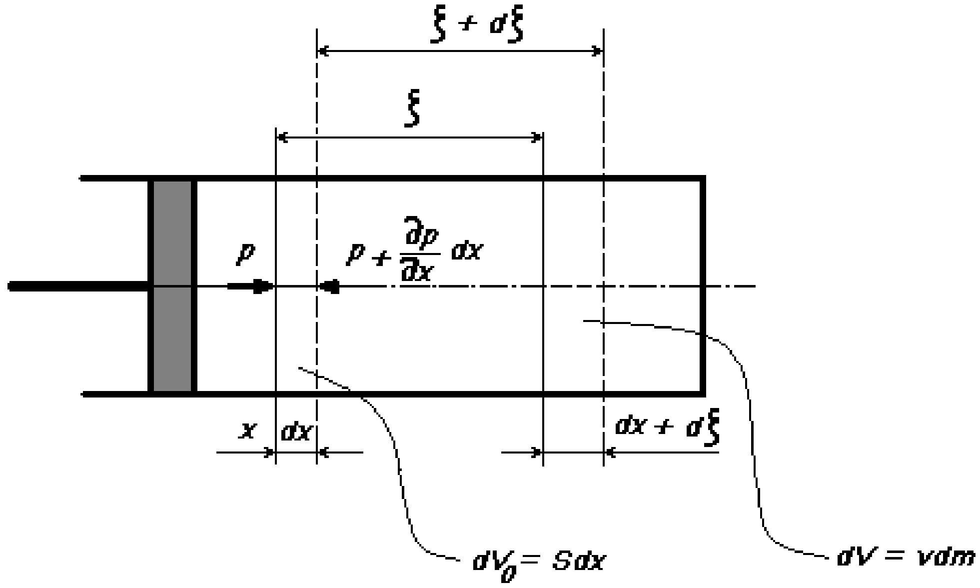
aŭ (26)

$$w = \sqrt{2\frac{\kappa}{\kappa-1}p_1 v_1 \left[1 - \left(\frac{p}{p_1}\right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}\right] + w_1^2}$$

La rapideco de la sono en gasoj kaj vaporoj

La sonrapideco dependas de la ĉirkaŭaĵa medio en kiu la sono disvastigas. Ĝi egalas al la rapideco de kiu ajn prema impulso en la sama medio.

La prema impulso kaŭzita por la piŝto en la tubaro disvastiĝas kun la rapideco, kiun oni povas deduki jene:



En la cilindroforma tubo kun la sekco S estas pere de piŝto fermita gaso kun la premo p_0 kaj specifa volumeno v_1. Per la mallonga ekpuŝego sur la piŝto oni kaŭzas la preman impulson. Ĝi estas konkretigita kiel pozitiva aŭ negativa premdiferenco. La prema impulso atingas en iu certa momento elementan volumenon en la distanco x ekde la komenco de la tubo. Post la prema impulso ĉi tiu elementa volumeno ekmoviĝas en la direkto de la malaltiĝanta premo $-\partial p/\partial x$ kun akcelo. Dum la certa tempo τ la prema ondo trairas la vojon ξ en la direkto de akso x.

$$\frac{d^2\xi}{d\tau^2}$$ — estas la akcelo de la elementa volumeno

$$-Sdp =_S \frac{\partial p}{\partial x}dx$$ estas la akcela forto de la elementa volumeno

$$\rho Sdx = \frac{1}{v}Sdx$$ — estas la akcelita maso de la elementa volumeno

Por la forto validas la sekva ekvacio:

$$-S\frac{\partial p}{\partial x}dx = \frac{1}{v}Sdx\frac{\partial^2\xi}{\partial\tau^2}$$

$$-v\frac{\partial p}{\partial x} = \frac{\partial^2\xi}{\partial\tau^2}$$

(27)

$$-v\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial^2\xi}{\partial\tau^2} = 0$$

Por la plua dedukado kaj plisimpligo estas utila anstataŭigi la esprimon $\partial p/\partial x$. Por ĝi validas ankaŭ la rilato:

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \frac{\partial p}{\partial x}\frac{\partial v}{\partial v} = \frac{\partial p}{\partial v}\frac{\partial v}{\partial x}$$

Oni povas ambaŭ esprimojn $\partial p/\partial v$ kaj $\partial v/\partial x$ anstaŭigi per aliaj matematikaj esprimoj kaj uzi ilin en la ekvacio (27)

a) $\frac{\partial v}{\partial x}$ oni povas elkalkuli laŭ la bildo el la sekva ekvacio:

$$\frac{v}{v_0} = \frac{dv}{dv_0} = \frac{dx + \frac{\partial\xi}{\partial x}dx}{dx}$$

$$\frac{v}{v_0} = 1 + \frac{\partial\xi}{\partial x}$$

$$v = v_0\left(1 + \frac{\partial\xi}{\partial x}\right)$$

$$\frac{\partial v}{\partial x} = v_0\frac{\partial^2\xi}{\partial x^2}$$ – post la diferenciigo

b) $\partial p/\partial v$ oni povas gajni per la diferenciigo de la ekvacio por la adiabato. Oni povas supozi, ke la prema impulso estas la adiabata procezo ĉar ĝi estas tro rapida. Pro tio la varmalkonduko aŭ la varmforkonduko ne estas ebla.

p_0, v_0 estas valoroj konstantaj.

La elirpunkto estas la ekvacio de la adiabato:

$$pv^\kappa = p_0v_0^\kappa$$

$$p = \frac{konst}{v^\kappa}$$

$$konst = pv^\kappa$$

$$\frac{\partial p}{\partial v} = -\kappa\frac{konst}{v^{\kappa+1}}$$

post la diferenciigo

$$\frac{\partial p}{\partial v} = -\kappa \frac{p}{v}$$

Post la anstaŭigo de ĉiuj esprimoj en la ekvacion (27) ekestos:

$$v\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial^2 \xi}{\partial \tau^2} = 0$$

$$-vv_0\frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2}\kappa\frac{p}{v} + \frac{\partial^2 \xi}{\partial \tau^2} = 0$$

$$\kappa p_0 v_0 \frac{p}{p_0}\frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 \xi}{\partial \tau^2} = 0$$

Por la sonondoj estas:

$$\frac{p}{p_0} = 1$$

$$\kappa p_0 v_0 \frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 \xi}{\partial \tau^2} = 0$$

Oni substituu jene:

$$\kappa p_0 v_0 = c^2$$

(28)

$$c^2\frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 \xi}{\partial \tau^2} = 0$$

La ekvacio (28) havas la sekvan solvon:

(29)

$$\xi = f_1(x + c\tau) + f_2(x - c\tau)$$

Funkcioj f_1, kaj f_2 estas libervoloj kunkcioj, kie signifas:

$f_1(x + c\tau)$ la matematikan esprimon de la ondo, kiu konservas sian formon kaj kiu celas en la direkto de la negativa x.

$f_2(x - c\tau)$ prezentas la saman matematikan esprimon nur kun tiu diferenco, ke la ondo celas en la direkto de la pozitiva x.

Oni povas pruvi, ke la esprimo (29) estas la solvo de la diferenciala ekvacio de la dua ordo, kiam oni substituas la duajn derivojn de ĉi tiu esprimo en la ekvacio (28).

Kiam estas $f_1 = 0$, tiam estas la forŝovoj ξ_1, ξ_2, ξ_3 el la elirpozicio de elementaj volumenoj tute egalaj. En tiu ĉi kazo validas

$$\xi_1 = \xi_2 = \xi_3$$

por x kaj τ tiel ŝanĝiĝontaj, ke la esprimo $(x - c\tau) = konst$ restados konstanta.

Kiam estas : $(x - c\tau) = konst$

estas : $dx - cd\tau = 0$

kaj ankaŭ : $c = \frac{dx}{d\tau}$

Ĉi tio estas la rapideco, kiun devas atingi observanto moviĝanta laŭlonge de la tubo, por ke li vidu ĉiun elementan volumenon ĉiam elŝovitan je la valoro ξ. Ĉi tio estas la rapideco apartenanta al la prema impulso en iu certa unuspeca gasa medio.

La sono estas multego da rapide ripetantaj premimpulsoj kaj pro tio ĝia rapideco estas:

$$c = w_k$$

Tial oni nomas la rapidecon w_k la sonrapideco kaj por ĝi validas ĉi tiuj ekvacioj:

$$c^2 = \kappa p_0 v_0$$
$$c = \pm\sqrt{\kappa p_0 v_0}$$
$$c = \pm\sqrt{\kappa r T}$$

(30)

$$c = \pm\sqrt{\kappa \frac{p}{\rho}}$$

Memkompreneble samtempe validas ankaŭ:

$$c = w_k$$

La ekvacioj montras, ke la specifa maso de la gasa ĉirkaŭaĵmedio esence influas la sonrapidecon. La ekvacio $c = \pm\sqrt{\kappa r T}$ pruvas, ke la sonrapideco en iu certa gaso dependas nur de la stato de ĉi tiu gaso.

La signo ± signifas, ke la sono disvastoĝas en ambaŭ direktoj. Kiam la gaso moviĝas en iu senmova spaco havante la rapidecon w, tiam estas ĝia relativa sonrapideco al la senmova spaco:

$$u = w \pm w_k$$

La sonrapideco estas verdire la rapideco, kiu disvastigas la premimpulsojn. Pro tio ankaŭ premmalaltiĝo sub la kritika premo malantaŭ la mallarĝiĝanta sprucigilo ne influas procezojn en ĝi. La premimpulso kun la pli malalta premo haltiĝas ĉe la aperturo de la mallarĝiĝanta ŝprucigilo, ĉar en ĝi estas la sama rapideco.

La plilarĝiĝanta ŝprucigilo de Laval

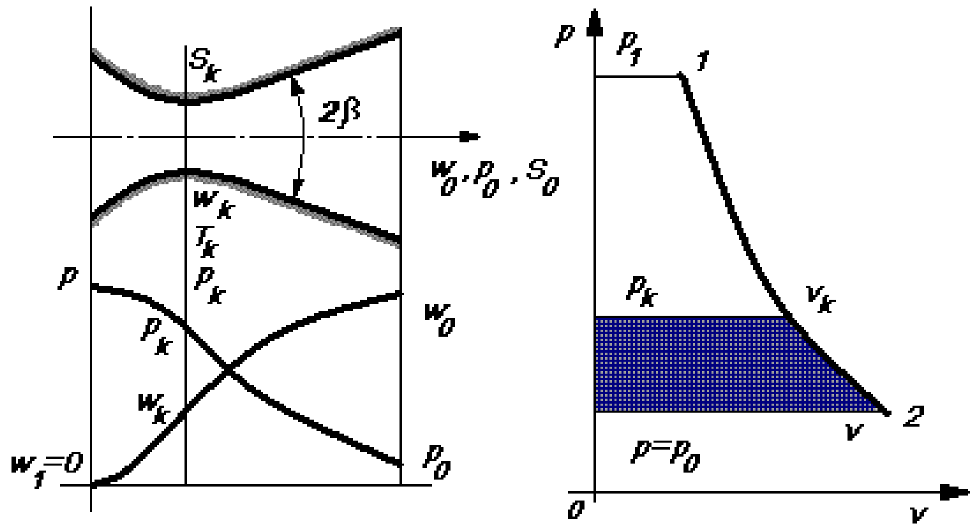
Dum la subkritika proporcio de premoj p/p_1, oni povas en la mallarĝiĝanta ŝprucigilo eluzi por la ŝanĝo en la rapidecon nur tiun energiparton de gaso, kiu estos konforma al disetendo de premoj ĝis la kritika premo. La superflua premdisetendo restas sen eluzo kaj prezentas perdon. ***De Laval*** sukcesis eluzi la tutan varmdeklivon kaj premdisetendon ĝis la premo de ĉirkaŭaĵo. Li plilongigis la mallarĝiĝantan ŝptucigilon per modere konusforma tubplilongaĵo. Tiamaniere oni plialtigas la rapidecon en la plilarĝiĝanta tubparto de ŝprucigilo super la kritika rapideco w_k. Ĉi tiun rapidecon w_k oni atingas nur en la plej mallarĝa loko de la tuta ŝprucigilo. La rapideco pli alta ol la kritika nomiĝas superkritika aŭ supersona.

Dum elfluo de gaso el la neplilarĝiĝanta ŝprucigilo, kiam la premproporcio $p/p_1 < p_n/p_1$ estas subkritika, oni povas maksimume gajni la sekvan kinetikan energion:

$$\frac{w_k^2}{2} = i_1 - i_k = -\int_{p_1}^{p_k} v dp = \frac{\kappa}{\kappa - 1} p_1 v_1 \left[1 - \left(\frac{p_k}{p_1}\right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}\right] = \frac{\kappa p_k v_k}{2}$$

Do oni eluzas nur la premdisetendon ek de p_1 ĝis p_k, kiu konformas al la varmdeklivon $i_1 - i_k$

La ŝprucigilo de Laval



La tutan varmdeklivon oni povas eluzi nur en la plilarĝiĝanta ŝprucigilo de Laval. Por la fluado en ĝi validas la ekvacio de la kontinueco:

$$\frac{ws}{v} = m$$

$$\frac{ws}{v} = konst$$

post la logaritmado:

$$\ln w + \ln S = \ln v + \ln konst$$

post la diferenciigo:

(31)

$$\frac{dS}{S} = \frac{dv}{v} - \frac{dw}{w}$$

La ekvacio (31) esprimas dependecon inter la proporciaj pligrandiĝoj de la sekco kaj proporciaj pligradiĝoj de la specifa volumeno kaj rapideco.

Dum la adiabata fluado en la ŝprucigilo de Laval okazas la sekvaj tri kazoj:

1. En la pligrandiĝanta parto de la ŝprucigilo estas la pligrandiĝo de la rapideco pli granda ol la pligrandiĝo de la specifa volumeno:

$$\frac{dv}{v} = \frac{dw}{w}$$

Tial estas $\frac{dS}{S} < 0$kaj la sekco de la ŝprucigilo plimallarĝiĝas.

2. En la plej mallarĝa loko de la ŝprucigilo validas:

$$\frac{dv}{v} = \frac{dw}{w}$$

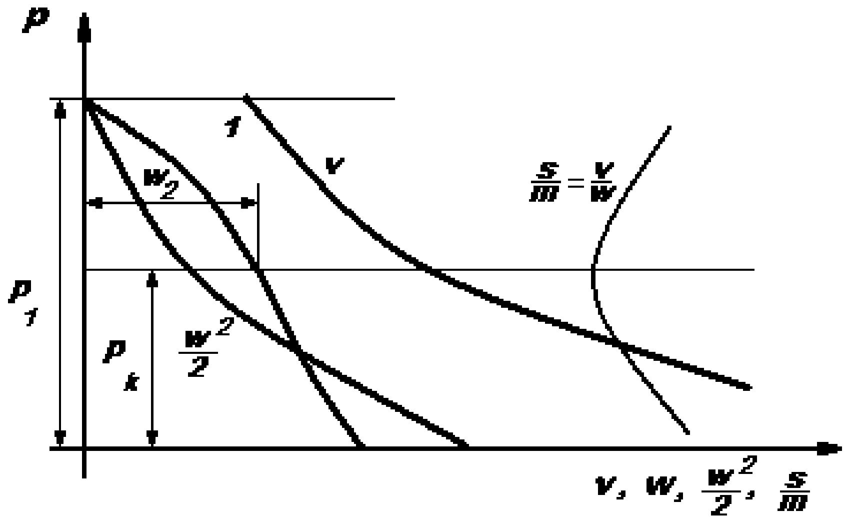
En ĉi tiu kazo estas $\frac{dS}{S} = 0$

La sekco ne ŝanĝiĝas. Ĝi prezentas transirlokon de la plimallarĝiĝo al plilarĝiĝo de la ŝprucigilo.

3. En la plilarĝiĝanta parto de la ŝprucigilo validas:

$$\frac{dv}{v} > \frac{dw}{w}$$

Tial estas $\frac{dS}{S} > 0$kaj signifas, ke la pligrandiĝo de la specifa volumeno estas pli granda ol la pligrandiĝo de la rapideco. Pro tio oni devas plilarĝigi la sekcon.



La diagramo p-v, w, $w^2/2$, S/m vidigas la kreskon de la specifa volumeno kaj rapideco por diversaj elirpremoj de la ŝprucigilo. Ĝis la kritika premo kreskas la rapideco pli rapide ol la specifa volumeno. Post la atingo de la kritika premo kreskas la specifa volumeno pli rapide ol la rapideco.

Por la konstruo de la rapideckurbo en la diagramo p-v, w, $w^2/2$, S/m oni uzas la sekvan rilaton:

$$\frac{w^2}{2} = \frac{\kappa}{\kappa - 1} p_1 v_1 \left[1 - \left(\frac{p}{p_0} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} \right] = i_1 - i_= - \int_{p_1}^{p} v dp$$

Por la konstantigita fluado validas la sekva rilato por la masa trafluo:

$$m = konst$$

Por tio oni povas la ekvacion de la kontinueco adapti en la sekvan formon:

$$m = \frac{wS}{v}$$

$$Sw = mv$$

$$\frac{S}{m} = \frac{v}{w}$$

Dum la konstanta masa trafluo m havas la kurbo S/m por la sama premo sian minimumon kiel la kurbo S. Ĝi okazas por la kritika premo.

La sekcon en la plirarĝiĝanta ŝprucigilo de Laval oni povas difini elirante el la ekvacio:

$$m = S\psi\sqrt{2\frac{p_1}{v_1}}$$

m – la masa trafluo; ĝi estas konstanta

p_1 – a komenca premo, ankaŭ la eniro en la ŝprucigilo; ĝi estas konstanta

V_1 – la komenca specifa volumeno; ĝi estas konstanta

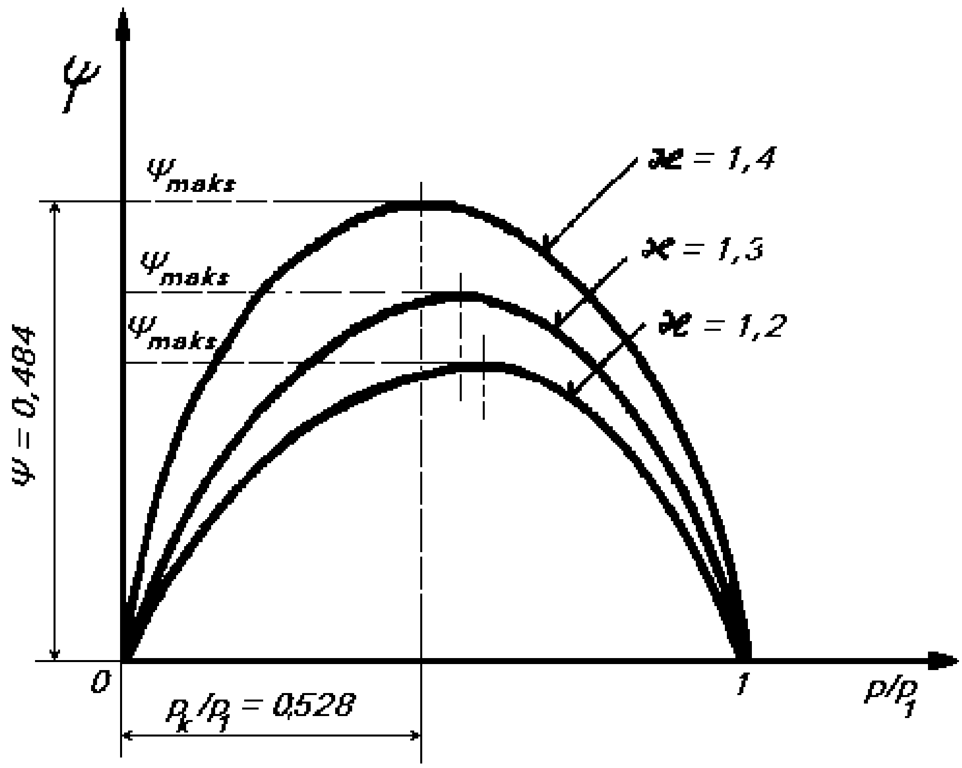
Dum ĉi tiuj kondiĉoj validas:

$$\frac{S}{S_{min}} = \frac{\psi_{maks}}{\psi}$$

$$\frac{S}{S_{min}} = \frac{\sqrt{\frac{\kappa}{\kappa-1}}}{}$$

Por ψ kaj ψ_{max} validas la ekvacioj (17) kaj (19) de ĉi tiu parto.

La grafika bildigo de la funkcio ψ en la dependeco de la premproporcio p/p_1 montras, ke ĝi havas sian minimumon dum la kritika premo.



La pligrandiĝiĝo de la ŝprucigilo malantaŭ la sekco devas esti malkruta, por ke la fluo ne forŝiru de la tubrando kaj pro tio ne okaziĝu nedeziranta kirlado. La dependeco de la plilarĝiĝo de ŝprucigilo S_{min}/S_0 oni difinas, kiam oni en la ekvacio substituas por p, S, kaj ψ la elirvaloroj p_0, S_0, kaj ψ_0.

Do en ĉi tiu kazo validas:

$$\frac{S_{min}}{S_0} = \frac{\psi_0}{\psi_{maks}}$$

$$\frac{S_{min}}{S_0} = \frac{\sqrt{\frac{\kappa}{\kappa-1}}\sqrt{\left(\frac{p_0}{p_1}\right)^{\frac{1}{\kappa}} - \left(\frac{p_0}{p_1}\right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}}}{\left(\frac{2}{\kappa-1}\right)^{\frac{1}{\kappa-1}}\sqrt{\frac{\kappa}{\kappa+1}}}$$

(33)

$$\frac{S_{min}}{S_0} = \left(\frac{\kappa+1}{2}\right)^{\frac{1}{\kappa-1}}\left(\frac{p_0}{p_1}\right)^{\frac{1}{\kappa}}\sqrt{\frac{\kappa+1}{\kappa-1}\left[1-\left(\frac{p_0}{p_1}\right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}\right]}$$

Laŭ la ekvacio (33) rezultas, ke la plilarĝiĝo S_{min}/S_0 dependas krom κ nur de la premproporcio.

Por la rapidecproporcio validas la rilato de la ekvacioj (14) kaj (23) de ĉi tiu parto:

$$\frac{w_0}{w_k} = \frac{\sqrt{2\frac{\kappa}{\kappa-1}p_1v_1\left[1-\left(\frac{p_0}{p_1}\right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}\right]}}{\sqrt{2\frac{\kappa}{\kappa+1}p_1v_1}}$$

(34)

$$\frac{w_0}{w_k} = \sqrt{\frac{\kappa+1}{\kappa-1}\left[1-\left(\frac{p_0}{p_1}\right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}\right]}$$

Ankaŭ la rapidecproporcio estas krom κ dependas nur de la premproporcio.

La elkalkulo de dimensioj por la ŝprucigilo, de fluadrapidecoj dum la konŝtantigita masa fluo bazas sur la proporcio de premoj antaŭ kaj malantaŭ la ŝprucigilo kaj sur la eluzo de ekvacioj por la rapideco por la adiabato kaj de la kontinueco. La plej grava estas la diferencigo inter du fluadspecoj – la subsona kaj supersona fluadoj.

La longo de la plilarĝiĝanta ŝprucigilo de Laval estas difinita per la sekva ekvacio:

(35)

$$l = \frac{d_0 - d_{min}}{2tg\beta}$$

d_0 – la diametro de la elirsekco
d_{min} – la diametro de la plej mallarĝa sekco
2β – la konusformeco de la plilarĝiĝanta parto de la ŝprucigilo

Tute apartan signifon havas la kaxzo, kiam la gaso fluas en vakuon. En ĉi tiu kazo estas $p_0 = 0$ kaj pro tio ankaŭ la premproporcio estas $p_0/p_1 = 0$. Ĝia realigo postulis senliman plilarĝiĝon de la ŝprucigilo. Oni en la ekstrema kazo povus atingi la rapidecon $w_0 = w_\infty$, kies rapidecproporcio por duatomaj gasoj estus:

$$\frac{w_\infty}{w_k} = \sqrt{\frac{\kappa+1}{\kappa-1}} = 2,45$$

Do oni atingas en ĉi tiu ekstrema kazo 2,45-oblon de la kritika rapideco. La temperaturo malaltiĝas laŭ la rilato difinita por la adiabato:

$$\frac{T_0}{T_1} = \left(\frac{p_0}{p_1}\right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} = 0$$

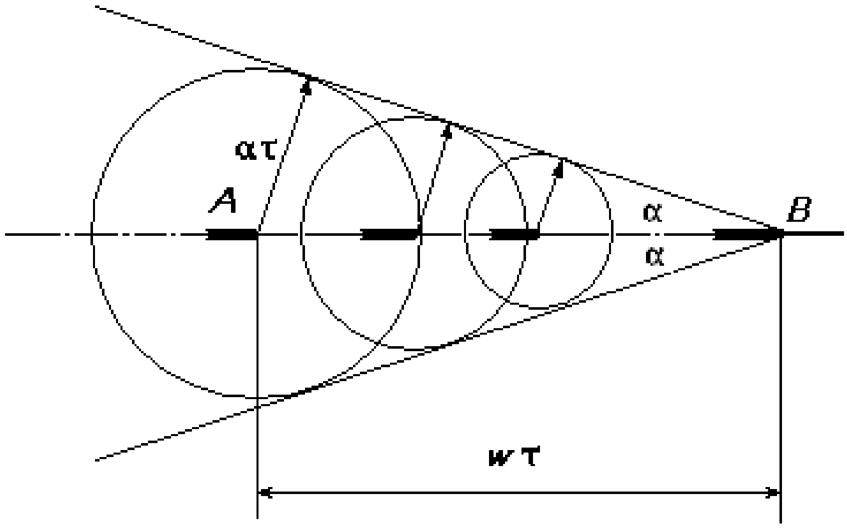
La elirtempemperaturo de la gazo estas:

$$T_0 = T_1 \bullet 0$$
$$T_0 = 0$$

Tio signifas, se oni havus la idealan gason, kiu ne likviĝus dum la adiabata ekspansio en la ŝprucigilo de Laval kun la senlima plilarĝiĝo, oni atingus la absolute nulan temperaturon. La tuta entalpio de la gaso ŝanĝiĝus en la kinetikan energion.

La angulo kaj la numero de Mach

Kiam iu korpo (pafaĵo) moviĝas en la kvieta aero kun supersona rapideco, bildiĝas sur ĝia fotografaĵo evidentaj ombroj, plenigataj konusan aeron kun pinto en la pafaĵpikilo. Sur la fotografaĵo estas bildigita projekcio de la kovrilaero de premimpulso kaŭzita per la korpo – pafaĵo.



α – la angulo de Mach

La korpo – pafaĵo moviĝas kun la rapideco w. Dum la tempa intervalo τ ĝi traflugas la distancon wτ. Sed dum la sama tempintervalo disvastiĝas la premimpulso kun la sonrapideco **a** formante globan aeron, kiu havas diametron **aτ**. La tranĉo laŭ la akso de la korpmoviĝo montras la sekvan rilaton por la angulo de konusforma areo:

$$\sin\alpha = \frac{a\tau}{w\tau}$$

(36)

$$\sin\alpha = \frac{a}{w}$$

a – la sonrapideco
w – la rapideco de la moviĝanta korpo

La angulo α nomiĝas la angulo de Mach. Por karakterizi la rapidecon de movo oni uzas la proporcion de la rapideco w kaj la sonradieco a, kompreneble ambaŭ en la sama medio:

(37)

$$Ma = \frac{w}{a}$$

Oni nomas ĝin la numero de Mach.

La numero de Mach povas havi trispecan valoron:

Ma < 1 la rapideco de la moviĝanta korpo estas subsona.

Ma = 1 la rapideco de la moviĝanta korpo egalas al la sonrapideco de sama medio, kie la moviĝo de la korpo realiĝas.

Ma > 1 la rapideco de la moviĝanta korpo estas supersona

La numero de Mach indikas, kiomeble estas la rapideco de la moviĝanta korpo pli granda ol la sonrapideco, aŭ kioman parton de la sonrapideco ĝi prezentas.

La sendimensiaj parametroj de la fluo

Por la konstantigita, unudimensia, adiabata fluado, kiam oni neglektas la potencialan energion kaj kiam oni me realigas ian laboron per la ŝafto, validas la sekva ekvacio:

(9a)

$$i + \frac{w^2}{2} = konst$$

Kiam la fluo estas adiabate starigita ĝis al la nula rapideco, ĉiuj termodinamikaj parametroj estas kvietaj kaj oni signas ilin

$i_{kv}, T_{kv}, p_{kv}, v_{kv}$. kaj . $w_{kv} = 0$

La tuta entalpio de la starigita fluo i_{kv} estas:

(38)

$$i_{kv} = i + \frac{w^2}{2}$$

i – estas la statika entalpio dum la flugrapideco w.

Por la ideala gaso validas ĉi tiuj rilatoj koncerne de la entalpio:

$$i = c_p T$$

(39)

$$i = i + \frac{\kappa}{\kappa - 1} rT$$

Supozante, ke c_p = konst, estas:

$$\kappa = \frac{c_p}{c_v}$$

$$c_p = \kappa c_v$$

$$r = c_p - c_v$$

$$c_p = \kappa(c_p - r)$$

$$c_p = \kappa c_p - \kappa r$$

$$\kappa r = \kappa c_p - c_p$$

$$\kappa r = c_p(\kappa - 1)$$

$$c_p = r\frac{\kappa}{\kappa - 1}$$

Post la anstataŭigo en la ekvacio (38) por la esprimoj de la entalpio rezultas ĉi tiu rilato:

$$Ma = \frac{w}{a}$$

$$Ma^2 = \frac{w^2}{\kappa r T}$$

$$i_{kv} = i + \frac{w^2}{2}$$

$$\frac{\kappa}{\kappa - 1} r T_{kv} = \frac{\kappa}{\kappa - 1} rT + \frac{w^2}{2}$$

$$T_{kv} = T + \frac{\kappa - 1}{2} T \frac{w^2}{\kappa r T}$$

$$\frac{T_{kv}}{T} = 1 + \frac{\kappa - 1}{2} Ma^2$$

(40)

$$\frac{T_{kv}}{T} = \frac{1}{\tau(Ma)}$$

Por la adiabata procezo oni povas laŭ la ekvacio de la adiabato esprimi proporciojn de premoj kaj de specifaj volumenoj jene:

$$\frac{T_{kv}}{T} = \left(\frac{p_{kv}}{p}\right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} = \left(\frac{v}{v_{kv}}\right)^{\kappa-1} = \left(\frac{\rho_{kv}}{\rho}\right)^{\kappa-1}$$

kompreneble estas v = 1/ρ

El ĉi tiu serio da rilatoj rezultas por la premproporcio:

$$\frac{p_{kv}}{p} = \left(1 + \frac{\kappa - 1}{\kappa} Ma^2\right)^{\frac{\kappa}{\kappa-1}}$$

(41)

$$\frac{p_{kv}}{p} = \frac{1}{\pi(Ma)}$$

por la volumenproporcio:

$$\frac{v}{v_{kv}} = \left(1 + \frac{\kappa - 1}{\kappa} Ma^2\right)^{\frac{\kappa}{\kappa-1}}$$

(42)

$$\frac{v}{v_{kv}} = \frac{1}{\Sigma(Ma)}$$

Memkompreneble estas samtempe:

$$\frac{v}{v_{kv}} = \frac{\rho_{kv}}{\rho}$$

En ĉi tiu tri skvacioj (40),(41) kaj (42) esprimoj por sendimensioj:

– temperaturo $\tau(Ma)$

– premo $\pi(Ma)$

– specifa maso $\Sigma(Ma)$

Ili estas difinitaj kiel funkcioj de la numero de Mach Ma.

En teknika praktiko oni ofte uzas sendimensian rapidecon λ, kiu estas difinita kiel la proporcio de la rapideco w kaj la kritika rapideco dum la adiabata ekspansio el la kvieta stato kun parametroj T_{kv} , p_{kv}. Do por la sendimansia rapideco validas la sekva rilato:

$$\lambda = \frac{w}{w_k}$$

$$\lambda = \frac{\sqrt{2\frac{\kappa}{\kappa-1} r T_{kv}\left[1 - \left(\frac{p}{p_{kv}}\right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}\right]}}{\sqrt{2\frac{\kappa}{\kappa+1} r T_{kv}}}$$

(43)

$$\lambda = \sqrt{\frac{\kappa + 1}{\kappa - 1}\left(1 - \frac{T}{T_{kv}}\right)}$$

La maksimuman valoron de la sendimensia rapideco oni povas atingi dum la eksapnsio ĝis la elirpremo de valoro p = 0, kiu apartenas al la elirtemperaturo T = 0 °K, Por duatomaj gasoj estas κ = 1.4 kaj

$$\lambda_{max} = \sqrt{\frac{\kappa+1}{\kappa-1}} = 2,45$$

Laŭ la ekvacio (43) kaj laŭ rilatoj inter termodinamikaj parametroj dum la adiabata fluado rezultas:

(44)

$$\frac{T}{T_{kv}} = 1 - \frac{\kappa+1}{\kappa-1}\lambda^2 = \tau(\lambda)$$

(45)

$$\frac{p}{p_{kv}} = \left(1 - \lambda^2\frac{\kappa-1}{\kappa+1}\right)^{\frac{\kappa}{\kappa-1}} = \pi(\lambda)$$

(46)

$$\frac{\rho}{\rho_{kv}} = \left(1 - \lambda^2\frac{\kappa-1}{\kappa+1}\right)^{\frac{1}{\kappa-1}} = \Sigma(\lambda)$$

La rilato inter la numero de Mach kaj la sendimensia rapideco rezultas de la ekvacioj (40) kaj (44):

(47)

$$Ma^2 = \frac{\frac{2}{\kappa+1}\lambda^2}{1 - \frac{\kappa-1}{\kappa+1}\lambda^2}$$

(48)

$$\lambda^2 = \frac{\frac{\kappa+1}{2}Ma^2}{1 - \frac{\kappa-1}{\kappa+1}Ma^2}$$

La valoroj de la sendimensiaj parametroj de la fluo τ(λ), π(λ), Σ(λ) por unuopaj κ estas en tabuletoj aŭ diagramoj kaj simpligas teknikajn kalkulojn.

La reala gasfluo el la ŝprucigilo

La reala elflurapideco de gaso estas ĉiam pli malgranda al la teoria rapideco pro ena kaj ekstera frotado.

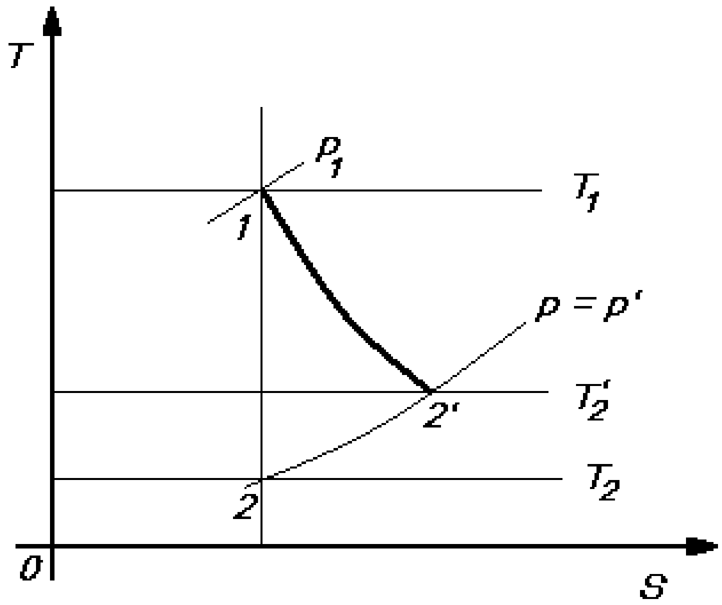
Kiam oni ne alkondukas varmon al la procezo el la eksteraĵo, la ekspansio realiĝas laŭ la adiabato kun la frotado, kies entropio estas ***ds>0*** . Ĉi tiu kurbo ne havas konstantan entropion. Ĝi ankaŭ diferencas de la politropo, ĉar ĝia procezo ne estas inversa. Oni povas ĝin esprimi per la ekvacio, kiu havas la saman karakteron kiel la ekvacio de politropo”

(49)

$$pv^z = konst$$

La konstanto havas la sekvan valoron:

$$\kappa > z > 1$$



La rilatoj inter la proporcioj de la temperaturoj kaj premoj estas:

(50)

$$\frac{T_2'}{T_1} = \kappa > z > 1$$

Por la reala elflurapideco de la ideala gaso kun la komenca rapideco $w_1 = 0$ validas la sekva ekvacio:

$$w_r = \sqrt{2(i_1 - i_2')}$$

$$w_r = \sqrt{2c_p\left(1 - \frac{T_2'}{T_1}\right)}$$

(51)

$$w_r = \sqrt{\frac{\kappa}{\kappa - 1} r T_1 \left[1 - \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{z-1}{za}}\right]}$$

La lima premproporcio estas:

(52)

$$\frac{p_{kr}}{p_1} = \left(\frac{z}{z+1}\right)^{\frac{z}{z-1}}$$

La maksimuma rapideco en la plej mallarĝa sekco de la ŝprucigilo estas:

$$w_k = \sqrt{2\frac{\kappa}{\kappa + 1} p_1 v_1}$$

$$w_{kr} = \sqrt{2\frac{z-1}{z+1}\frac{\kappa}{\kappa+1} p_1 v_1}$$

(53)

$$w_{kr} = w_k \sqrt{2\frac{\kappa+1}{\kappa+1}\frac{z-1}{z+1}}$$

La lima premo estas pli alta ol la kritika premo kaj la maksimuma rapideco en la plej mallarĝa sekco de la ŝprucigilo estas pli malgranda ol la kritika rapideco dum la senperda elfluo.

La proporcio de la reala kritika energio de gaso kaj ĝia teoria energio nomiĝas efikeco de la ŝprucigilo:

(54)

$$\eta_s = \frac{\frac{w_r^2}{2}}{\frac{w^2}{2}} = \frac{(\phi w)^2}{w^2} = \phi^2$$

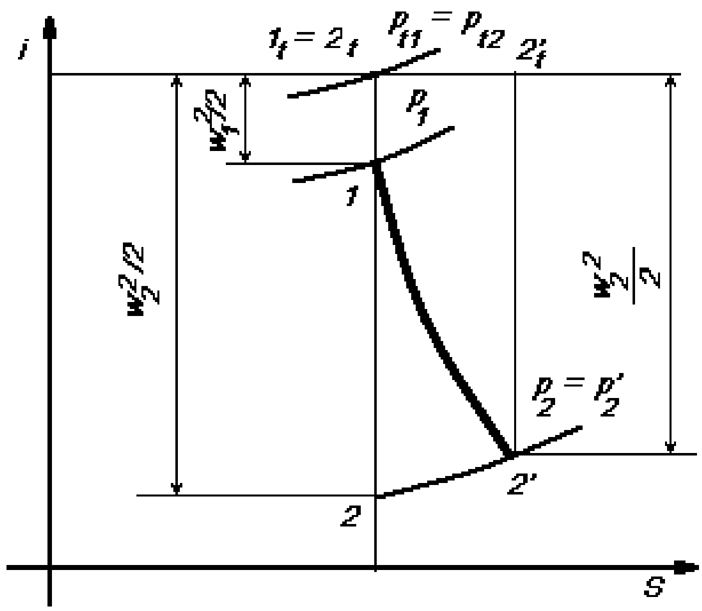
La efikeco de la ŝprucigilo egalas al la kvadrato de la rapideckoeficiento.

Kiam oni ne povas neglekti komencan rapidecon w_1, oni povas deduki la realan elflurapidecon de la ideala gaso jene:

$$i_t = i_{t_1} = i_{t_2} = i'_{t_2}$$
$$i_t = i_1 + \frac{w_1^2}{2} = i_2 + \frac{w_2^2}{2} = i'_2 + \frac{w_{kr}^2}{2}$$

(55)

$$i_t = c_p T_t = konst$$



La tuteca fluentalpio ne ŝanĝiĝas.

La reala elflurapideco dum ĉi tiuj kondiĉoj estas:

$$w_1^2 = 2(i_t - i_1)$$
$$w_1^2 = 2c_p(T_t - T_1)$$

$$w_{2r}^2 = 2(i_t - i'_2) + w_1^2$$
$$w_{2r}^2 = 2c_p(T_1 - T'_2) + w_1^2$$
$$w_{2r}^2 = 2c_p T_1 \left(1 - \frac{T'_2}{T_1} + \frac{w_1^2}{2c_p T_1}\right)$$
$$w_{2r}^2 = 2\frac{\kappa}{\kappa - 1} r T_1 \left(1 - \frac{T'_2}{T_1} + \frac{w_1^2}{2c_p T_1}\right)$$

(56)

$$w_{2r}^2 = 2\frac{\kappa}{\kappa - 1} r T_1 \left[\frac{1}{\tau(\lambda_1)} - \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{z-1}{z}}\right]$$

$\tau(\lambda_1) = -\frac{T_1}{T_t}$ – estas la sendimensia temperaturo de la fluo en la statpunkto 1.

Kiam estas la komenca rapideco neglektebla $w_1 = 0$, tiam estas $\lambda_1 = 0$, $\tau(\lambda_1) = 1$, $T_1/T_t = 1$ kaj por ĉio kazo memkompreneble validas la ekvacio (51).

La fluado de vaporoj

Por la fluado de vaporoj validas la samaj rilatoj kiel por la ideala gaso, sed la eksponanato precipe dum la procezoj proksimaj al la stato de la vaporsatigeco ne estas konstanta. Pro tio oni preferas difini la elflurapidecon el la adiabata, pure samentropia varmdeklivo. Kiam la komenca enirrapideco $w_1 = 0$ validas la sekva rilato:

$$w = \sqrt{2(i_1 - i_0)} = \sqrt{2(\Delta i)}$$

i_1 – la entalpio sur la eniro de la ŝprucigilo

i_0 – la entalpio de la elfluo el la ŝprucigilo

En la plimallarĝiĝanta ŝprucigilo aŭ en la ŝprucigilo de Laval oni atingas dum la subkritika premproporcio $p_{eu}/p_1 < p_k/p_1$ en la plej mallarĝa sekco la kritikan rapidecon

$$w_k = \sqrt{2(i_1 - i_k)}$$

Por la trafluinta multo validas la sekva ekvacio:

$$m_{maks} = \frac{S_{min} w_k}{v_k}$$

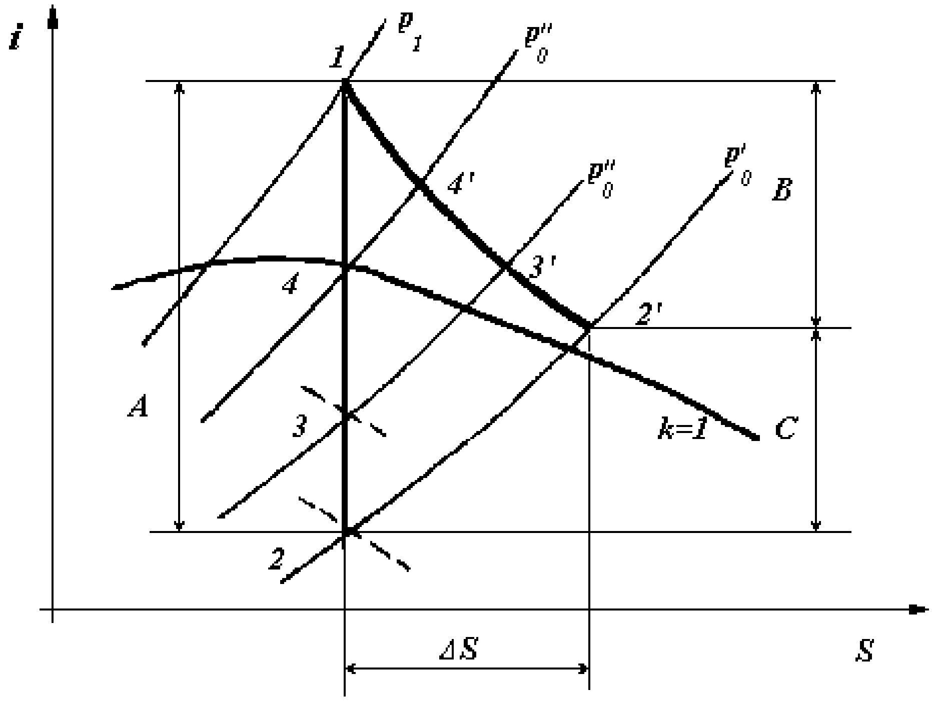
Laŭ menciitaj ekvacioj rezultas, ke la elflurapideco dependas nur de la varmdelikvo

$$w = f(\Delta i)$$

Pro tio oni povas en i - s diagramo desegni la helpskalon laŭ kiu oni povas difini por ĉiu varmdeklivo δ_i ankaŭ la alkreskon de la rapideco.

Kiam la rapideco de la fluado estas pli granda ol la kritika, tiam oni uzas la ŝprucigilon de Laval. Sed oni devas ankoraŭ mencii, ke la pretigo de tiaj ŝprucigiloj estas malfacila kaj multekosta. Pro tio oni eluzas tion, ke la ĉirkaŭaĵo de la ŝprucigilelirejo influas vaporfluon same kiel la plimallarĝiĝo de la ŝprucigilo. Do oni ne realigas la multekostan ŝprucigilon, kiam la diferenco inter la kritika kaj elflua rapidecoj ne estas sufiĉe granda.

La reala fluado de vaporoj estas la adiabata procezo kun la frotado. Tio signifas, ke ĝia entropio kreskas.



$A = \Delta i = i_1 - i_2$ $\quad B = (1 - \varphi^2)(i_1 - i_2)$ $\quad C = \Delta i' = i_1 - i'_2 = \varphi^2(i_1 - i_2)$

La procezo realiĝas inter du statpunkto 1 kaj 2. La pura adiabata procezo sen la frotado realiĝus inter la statpunkto 1 kaj 2. La diferenco de entalpioj inter punktoj 2 kaj 2' prezentas la perdon. Por la fluado en turbinaj padeletaro ĝi signifas avantaĝon, ĉar la alkresko de la entropio elŝovas la fluadon el la malseka vaporo. La malsekeco de la laborvaporo estas tre malfavora por la turbinaj padeletoj.

La elflurapideco estas korelativa al la varmdeklivo de la adiabata procezo kun la frotado.

Artikolaj fontoj kaj kontribuantoj

Termodinamiko/Leciono 7 *Fonto*: http://eo.wikibooks.org/w/index.php?oldid=12091 *Kontribuantoj*: Aleksandro, Kajaeo, 3 Anonimaj redaktoj

Bildaj fontoj, licencoj kaj kontribuantoj

Dosiero:Turbulenta_kaj_laminara_profilo.GIF *Fonto*: http://eo.wikibooks.org/w/index.php?title=Dosiero:Turbulenta_kaj_laminara_profilo.GIF *Permesilo*: nekonata *Kontribuantoj*: Aleksandro

Dosiero:Fluvo_en_plimallargiganta_tubo.GIF *Fonto*: http://eo.wikibooks.org/w/index.php?title=Dosiero:Fluvo_en_plimallargiganta_tubo.GIF *Permesilo*: nekonata *Kontribuantoj*: Aleksandro

Dosiero:Fluvo_kinetika_potenciala_energio.GIF *Fonto*: http://eo.wikibooks.org/w/index.php?title=Dosiero:Fluvo_kinetika_potenciala_energio.GIF *Permesilo*: nekonata *Kontribuantoj*: Aleksandro

Dosiero:P-v_de_vdp.GIF *Fonto*: http://eo.wikibooks.org/w/index.php?title=Dosiero:P-v_de_vdp.GIF *Permesilo*: nekonata *Kontribuantoj*: Aleksandro

Dosiero:P-v_adiabato.GIF *Fonto*: http://eo.wikibooks.org/w/index.php?title=Dosiero:P-v_adiabato.GIF *Permesilo*: nekonata *Kontribuantoj*: Aleksandro

Dosiero:I-s_frota_varmo.GIF *Fonto*: http://eo.wikibooks.org/w/index.php?title=Dosiero:I-s_frota_varmo.GIF *Permesilo*: nekonata *Kontribuantoj*: Aleksandro

Dosiero:Elfluo.GIF *Fonto*: http://eo.wikibooks.org/w/index.php?title=Dosiero:Elfluo.GIF *Permesilo*: nekonata *Kontribuantoj*: Aleksandro

Dosiero:Sona_tubo.GIF *Fonto*: http://eo.wikibooks.org/w/index.php?title=Dosiero:Sona_tubo.GIF *Permesilo*: nekonata *Kontribuantoj*: Aleksandro

Dosiero:Sprucigilo_Laval.GIF *Fonto*: http://eo.wikibooks.org/w/index.php?title=Dosiero:Sprucigilo_Laval.GIF *Permesilo*: nekonata *Kontribuantoj*: Aleksandro

Dosiero:Laval_diagramo.GIF *Fonto*: http://eo.wikibooks.org/w/index.php?title=Dosiero:Laval_diagramo.GIF *Permesilo*: nekonata *Kontribuantoj*: Aleksandro

Dosiero:Dependeco_de_la_premproporcio.GIF *Fonto*: http://eo.wikibooks.org/w/index.php?title=Dosiero:Dependeco_de_la_premproporcio.GIF *Permesilo*: nekonata *Kontribuantoj*: Aleksandro

Dosiero:Angulo_de_Mach.GIF *Fonto*: http://eo.wikibooks.org/w/index.php?title=Dosiero:Angulo_de_Mach.GIF *Permesilo*: nekonata *Kontribuantoj*: Airon90, Aleksandro

Dosiero:Reala_gasfluo.GIF *Fonto*: http://eo.wikibooks.org/w/index.php?title=Dosiero:Reala_gasfluo.GIF *Permesilo*: nekonata *Kontribuantoj*: Aleksandro

Dosiero:Reala_flurapideco.GIF *Fonto*: http://eo.wikibooks.org/w/index.php?title=Dosiero:Reala_flurapideco.GIF *Permesilo*: nekonata *Kontribuantoj*: Aleksandro

Dosiero:Fluo_de_vaporo.GIF *Fonto*: http://eo.wikibooks.org/w/index.php?title=Dosiero:Fluo_de_vaporo.GIF *Permesilo*: nekonata *Kontribuantoj*: Aleksandro

Permesilo

Creative Commons Attribution-Share Alike 3.0 Unported
//creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/